

שם התלמיד/ה: _____ כיתה (בתיכון): _____

מבחן לתלמידים המעוניינים להשתבץ ברמות 4 / 5 יח"ל בשנת תשפ"א

הוראות לנבחן

- במבחן יש חמש שאלות, עליך לענות על כל השאלות.
 - הניקוד לכל שאלה זהה.
 - הניקוד לכל סעיף רשום בסמוך לסעיף.
 - יש לפרט את תשובותיך, חוסר פירוט עלול לפגוע בציון הבחינה.
 - יש לכתוב את התשובות בדפים נפרדים, תשובה שתירשם בדפי הבחינה לא תיבדק.
 - יש לפתור כל שאלה בדף נפרד.
 - תלמיד שיקבל ציון 55 ומעלה יוכל להשתבץ ברמת לימוד 4 יח"ל.
 - תלמיד שיקבל ציון 80 ומעלה יוכל להשתבץ ברמת לימוד 5 יח"ל.
- עליך לענות על כל השאלות.
- משך הבחינה: שעתיים וחצי. בהצלחה!!!

שאלה 1 (20 נקודות)

א. (6 נקודות) פשטו את הביטוי הבא: $\frac{a^2-3a}{a^2-10a+21} \cdot \frac{a-3}{a^2}$

ב. (8 נקודות) נתונה המשוואה הבאה: $\frac{x-1}{x^2-2x-3} - \frac{2}{x^2-4x+3} = \frac{5}{x^2-1}$

(i) רשמו תחום הצבה (2 נקודות).

(ii) פתרו את המשוואה (6 נקודות).

ג. (6 נקודות) פתרו את מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} \frac{x+3y}{12} - \frac{2y-4}{10} = \frac{7}{10} \\ \frac{x+9}{2} + \frac{y-1}{3} = 7 - y \end{cases}$$

שאלה 2 (20 נקודות)

עידו ואופיר מוכרים בקבוקי מים. בבוקר,

עידו מכר x בקבוקי מים וההכנסה הכוללת שלו מהמכירה הייתה 36 ₪.

אופיר מכרה כל בקבוק מים במחיר הנמוך ב-2 ₪ מהמחיר בו עידו מכר כל בקבוק מים.

לכן כמות בקבוקי המים שאופיר מכרה הייתה גבוהה ב-50% מהכמות שמכר עידו.

א. (5 נקודות) הבע באמצעות x את המחיר בו מכר עידו כל בקבוק מים.

ב. (15 נקודות) נתון שגם ההכנסה הכוללת של אופיר הייתה 36 ₪.

מצא כמה בקבוקי מים מכרה אופיר?

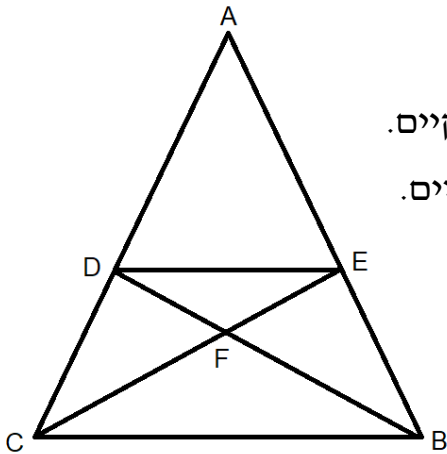
שאלה 3 (20 נקודות)

במשולש שווה שוקיים ($AB = AC$) מעבירים את חוצה הזווית BD ואת חוצה הזווית CE .

הוכיחו כי:

א. (10 נקודות) המשולש ADE הוא משולש שווה שוקיים.

ב. (10 נקודות) המרובע $CEDB$ הוא טרפז שווה שוקיים.



שאלה 4 (20 נקודות)

נתונות משוואות של שני ישרים $y = -4x + 21$, $y = 6x + 6$.

הישרים נחתכים בנקודה M.

א. (6 נקודות) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ב. (5 נקודות) האם הישר, שמשוואתו $y = 4x + 9$ עובר דרך הנקודה M?

ג. (6 נקודות) נסמן את נקודת החיתוך עם ציר ה-y של הישר $y = 6x + 6$ ב-A. נסמן את

נקודת החיתוך עם ציר ה-y של הישר $y = -4x + 21$ ב-B. חשב את שטח המשולש

AMB.

ד. (3 נקודות) חשב את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.

שאלה 5 (20 נקודות)

נתון גרף הפרבולה $y = x^2 + 6x + 5$. נסמן ב-C את קודקוד הפרבולה.

א. (2 נקודות) נסמן ב-E את נקודת החיתוך של משוואת ציר הסימטריה עם ציר ה-X.

מהי משוואת ציר הסימטריה של הפרבולה? ומהם שיעורי הנקודה E?

ב. (2 נקודות) הנקודה B היא אמצע הקטע CE. מצא את שיעורי הנקודות C ו-B.

ג. (3 נקודות) הנקודות A ו-F הן נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-X, מצא את

שיעורי הנקודות A ו-F בהינתן שערך ה-X של הנקודה A גדול מערך ה-X של הנקודה F.

ד. (4 נקודות) מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.

ה. (4 נקודות) המשך הקטע AB חותך את הפרבולה בנקודה D.

חשב את שיעורי הנקודה D.

ו. (3 נקודות) בעזרת סעיף ה' פתור את אי-השוויון $x + 1 \geq x^2 + 6x + 5$.

ז. (2 נקודות) חשב את שטח המשולש ADE.

בהצלחה!!

פתרון המבחן כולל מחוון

שאלה 1

סעיף א

פירוק לגורמים של המונה – נקודה אחת, פירוק לגורמים של המכנה – נקודה אחת, כפל בשבר – שתי נקודות, צמצום – שתי נקודות.

$$\frac{a^2 - 3a}{a^2 - 10a + 21} \cdot \frac{a - 3}{a^2} = \frac{a(a - 3)}{(a - 3)(a - 7)} \cdot \frac{a - 3}{a^2} = \frac{a - 3}{a(a - 7)}$$

סעיף ב1

2 נקודות – אין ניקוד חלקי. לא ניתן להציב מספרים שעבורם המכנה מתאפס. בשבר הראשון המכנה מתאפס עבור $x = 3, x = -1$. בשבר השני המכנה מתאפס עבור $x = 3, x = 1$. בשבר השלישי המכנה מתאפס עבור $x = 1, x = -1$. סה"כ תחום ההצבה $x \neq \pm 1, 3$.

סעיף ב2

פירוק לגורמים של המכנה – 2 נקודות. מכנה משותף נכון – 2 נקודות.

קבלת משוואה ללא מכנה – נקודה אחת. פתרון משוואה – נקודה אחת.

$$\frac{x - 1}{x^2 - 2x - 3} - \frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{5}{x^2 - 1}$$

$$\frac{x - 1}{(x - 3)(x + 1)} - \frac{2}{(x - 3)(x - 1)} = \frac{5}{(x - 1)(x + 1)}$$

מכנה משותף: $(x - 1)(x + 1)(x - 3)$

$$\frac{(x - 1) \cdot (x - 1)}{(x - 3)(x + 1)} - \frac{2 \cdot (x + 1)}{(x - 3)(x - 1)} = \frac{5 \cdot (x - 3)}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$(x - 1)(x - 1) - 2(x + 1) = 5(x - 3)$$

$$x^2 - 2x + 1 - 2x - 2 = 5x - 15$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$(x - 2)(x - 7) = 0$$

$$x = 2, x = 7$$

סעיף ג

קבלת שתי המשוואות ללא מכנה – 2 נקודות. קבלת משוואה אחת עם נעלם אחד – 2 נקודות. פתרון המשוואה ומציאת נעלם אחד – 1 נקודה. מציאת נעלם שני – 1 נקודה.

$$\begin{cases} \frac{x + 3y}{12} - \frac{2y - 4}{10} = \frac{7}{10} \\ \frac{x + 9}{2} + \frac{y - 1}{3} = 7 - y \end{cases}$$

נכפול את המשוואה הראשונה ב-120 (המכנה המשותף הוא 120) ונכפול את המשוואה השנייה ב-6 (המכנה המשותף הוא 6). ונקבל:

$$\begin{cases} 10x + 6y = 36 \\ 3x = 17 - 8y \end{cases}$$

נכפול את המשוואה הראשונה ב-(-3) ואת המשוואה השנייה ב-10:

$$\begin{cases} -30x - 18y = -108 \\ 30x = 170 - 80y \end{cases}$$

נחבר בין שתי המשוואות ונקבל משוואה אחת עם נעלם אחד:

$$-18y = 62 - 80y$$

$$62y = 62$$

$$y = 1$$

$$3x = 17 - 8 * 1$$

$$3x = 9$$

$$x = 3 \quad \text{פתרון המערכת הוא (3,1).}$$

שאלה 2

סעיף א – 5 נקודות

סה"כ	מחיר ליחידה	כמות	עידו
36	$\frac{36}{x}$	x	

המחיר בו מכר עידו כל בקבוק מים הוא $\frac{36}{x}$.

סעיף ב – 15 נקודות

טבלה או הסבר – 4 נקודות, משוואה נכונה – 4 נקודות, פתרון משוואה (מציאת x) – 5 נקודות, תשובה סופית (מספר בקבוקי המים שאופיר מכרה) – 2 נקודות.

סה"כ	מחיר ליחידה	כמות	עידו
36	$\frac{36}{x}$	x	
36	$\frac{36}{1.5x}$	$1.5x$	אופיר

נתון שכמות בקבוקי המים שאופיר מכרה הייתה גבוהה ב-50% מהכמות שמכר עידו ולכן

$$x \cdot \left(1 + \frac{50}{100}\right) = 1.5x$$

משוואה לפי הנתון שאופיר מכרה כל בקבוק מים במחיר הנמוך.

$$2 - \text{ש} \text{ מהמחיר בו עידו מכר כל בקבוק מים: } \frac{36}{1.5x} + 2 = \frac{36}{x}$$

$$\frac{24}{x} + 2 = \frac{36}{x} \quad \setminus - \frac{24}{x}$$

$$2 = \frac{12}{x}$$

$$x = 6$$

אופיר מכרה $1.5x$ בקבוקי מים ולכן: $1.5x = 1.5 \cdot 6 = 9$. אופיר מכרה 9 בקבוקי מים.

שאלה 3

סעיף א (10 נקודות)

שלב 1 (5 נקודות): נוכיח את חפיפת המשולשים $EBC \cong DCB$

נימוק	טענה
זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים שוות זו לזו	$\sphericalangle B = \sphericalangle C$
נתון BD ו CE חוצי זווית	$\sphericalangle DBC = 0.5 \sphericalangle B = 0.5 \sphericalangle C = \sphericalangle ECB$
	BC צלע משותפת למשולשים DCB ו EBC
משולשים חופפים על פי ז.צ.ז.	$EBC \cong DCB$

שלב 2 (5 נקודות): נוכיח שמשולש ADE שווה שוקיים בעזרת חיסור צלעות.

נימוק	טענה
צלעות מתאימות שוות בין משולשים חופפים	$EB = DC$
נתון	$AB = AC$
	$AE = AB - EB$
	$AD = AC - DC$
כלל המעבר	$AD = AE$
משולש בו שתי צלעות שוות הוא משולש שווה שוקיים.	משולש ADE הוא שווה שוקיים

סעיף ב (10 נקודות)

הוכחת טרפז (5 נקודות)

נימוק	טענה
סכום זוויות במשולש ADE הוא 180. זוויות הבסיס שוות במשולש ADE .	$\sphericalangle ADE = \frac{180^\circ - \sphericalangle A}{2}$
סכום זוויות במשולש ABC הוא 180. זוויות הבסיס שוות במשולש ABC .	$\sphericalangle ABC = \frac{180^\circ - \sphericalangle A}{2}$
כלל המעבר	$\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$
אם זוויות מתאימות שוות זו לזו אז הישרים מקבילים.	$ED \parallel BC$
נפגשים בנקודה A	$EB \nparallel DC$
מרובע בו זוג צלעות נגדיות מקבילות וזוג צלעות נגדיות לא מקבילות הוא טרפז	$\square CEDB$ טרפז.

הוכחת טרפז שווה שוקיים (5 נקודות)

נימוק	טענה
נתון	$AB = AC$
הוכח בסעיף א	$AE = AD$

חיסור קטעים שווים מקטעים שווים	AB-AE=AC-AD
AB-AE=EB, AC-AD=CD כלל המעבר	CD=EB
טרפז בו השוקיים שוות	CEDB טרפז שווה שוקיים

שאלה 4

סעיף א (6 נקודות)

מציאת $x - 4$ נקודות. מציאת $y - 2$ נקודות.

$$-4x + 21 = 6x + 6$$

$$15 = 10x$$

$$1.5 = x$$

$$y = 6 * 1.5 + 6$$

$$y = 15$$

$$M(1.5, 15)$$

סעיף ב (5 נקודות)

הצבת ערך ה- x של הנקודה M במשוואת הישר $y = 4x + 9$ נקודות. חישוב נכון של ערך ה- $y - 2$ נקודות. מענה כי הישר כן עובר דרך הנקודה - 1 נקודה.

$$y = 4 * 1.5 + 9$$

$$y = 15$$

הישר $y = 4x + 9$ עובר דרך הנקודה $M(1.5, 15)$.

סעיף ג (6 נקודות)

חישוב אורך $AB - 2$ נקודות. חישוב הגובה ל- $AB - 2$ נקודות. הצבה וחישוב שטח - 2 נקודות.

$$AB = 21 - 6 = 15$$

$$h_{AB} = X_M = 1.5$$

$$S_{MAB} = \frac{15 * 1.5}{2} = 11.25$$

שטח המשולש 11.25 יח"ר.

סעיף ד (3 נקודות)

$$OM^2 = 15^2 + 1.5^2$$

$$OM^2 = 227.25$$

$$OM = \sqrt{227.25}$$

$$OM = 15.07$$

מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא 15.07 יחידות.

שאלה 5

סעיף א - 2 נקודות

$$X_c = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot 1} = -3$$

(נקודה אחת) משוואת ציר הסימטריה של הפרבולה היא $x = -3$

(נקודה אחת) שיעורי הנקודה E הם $E(-3, 0)$.

סעיף ב - 2 נקודות

(נקודה אחת) נציב את ערך ה-X של הנקודה C בפונקציה ונקבל ש: $C(-3, -4)$.

$$y(-3) = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + 5 = -4$$

(נקודה אחת) נתון שהנקודה B היא אמצע הקטע CE. הישר CE משוואתו $x = -3$ ולכן גם עבור הנקודה B מתקיים ש $x = -3$. וערך ה-y של הנקודה B הוא באמצע בין שני ערכי ה-y

$$\text{של } E \text{ ו- } C: \frac{0+(-4)}{2} = -2. \text{ ולכן } B(-3, -2)$$

סעיף ג - 3 נקודות

$$0 = x^2 + 6x + 5$$

$$0 = (x + 5)(x + 1)$$

$$F(-5, 0), A(-1, 0)$$

נתון שערך ה-X של הנקודה A גדול מערך ה-X של הנקודה F ומתקיים כי $-1 > -5$.

סעיף ד - 4 נקודות

$$B(-3, -2), A(-1, 0)$$

2 נקודות - מציאת שיפוע הישר

$$m_{AB} = \frac{0 - (-2)}{-1 - (-3)} = 1$$

2 נקודות - מציאת משוואת הישר

$$y = mx + b$$

$$0 = 1 \cdot (-1) + b$$

$$1 = b$$

$$y = x + 1$$

סעיף ה - 4 נקודות

$$x + 1 = x^2 + 6x + 5$$

$$0 = x^2 + 5x + 4$$

$$0 = (x + 4)(x + 1)$$

$$x = -4, x = -1$$

$$D(-4, ?), A(-1, 0)$$

נציב את $x = -4$ במשוואת הישר ונקבל: $y = -4 + 1 = -3$

ולכן $D(-4, -3)$.

סעיף ו - 3 נקודות

התחום בו הישר AB נמצא מעל הפרבולה הוא בין הנקודה D לנקודה A ולכן:

$$-4 \leq x \leq -1$$

סעיף ז - 2 נקודות

$$S_{ADE} = \frac{AE \cdot -(y_D)}{2} = \frac{(-1 - (-3)) \cdot -(-3)}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \text{ יח"ר}^2$$

